

Янковий В.О., к. е. н.,
доцент кафедри економіки та планування бізнесу
Одеський національний економічний університет

АНАЛІЗ ВИПУСКУ ПРОДУКЦІЇ НА М'ЯСОПЕРЕРОБНОМУ ПІДПРИЄМСТВІ ЗА ДОПОМОГОЮ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ

Янковий В.О. Аналіз випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві за допомогою виробничих функцій. У статті обговорюються теоретичні та практичні проблеми використання виробничих функцій Кобба-Дугласа і *CES*-функції в ході моделювання випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві. Дано рекомендації щодо програмного забезпечення розрахунку невідомих параметрів *CES*-функції. Визначено оптимальну фондоозброєність, що максимізує випуск продукції на підприємстві. Запропоновано нове тлумачення граничної норми заміщення факторів як індикатору надлишку (браку) наявних ресурсів, розраховано резерви росту реалізованої продукції. Проаналізовано доцільність інвестування у м'ясопереробне виробництво на основі параметрів *CES*-функції.

Ключові слова: виробнича функція, еластичність заміщення ресурсів, оптимальна фондоозброєність, беззбиткове інвестування.

Янковой В.А. Анализ выпуска продукции на мясоперерабатывающем предприятии с помощью производственных функций. В статье обсуждаются теоретические и практические проблемы использования производственных функций Кобба-Дугласа и *CES*-функции в ходе моделирования выпуска продукции на мясоперерабатывающем предприятии. Даны рекомендации по программному обеспечению расчета неизвестных параметров *CES*-функции. Определена оптимальная фондовооруженность, максимизирующая выпуск продукции на предприятии. Предложено новое толкование предельной нормы замещения факторов как индикатора избытка (недостатка) имеющихся ресурсов, рассчитаны резервы роста реализованной продукции. Проанализирована целесообразность инвестирования в мясоперерабатывающее производство на основе параметров *CES*-функции.

Ключевые слова: производственная функция, эластичность замещения ресурсов, оптимальная фондовооруженность, безубыточное инвестирование.

Iankovyi V.O. Analysis of output at the meat processing using production functions. Theoretical and practical problems of using Cobb-Douglas production functions and *CES*-function in the simulation of output at the meat processing plant are discussed in the article. The recommendations on software for calculation of unknown parameters *CES*-function are given. The optimal capital-labor ratio that maximizes output at the plant is calculated. A new interpretation of the marginal rate of substitution of factors as indicator of excess (deficiency) of available resources proposed, reserves of growth of sales are calculated. The feasibility of investing in meat processing production based on parameters of *CES*-function is analyzed.

Key words: production function, elasticity of substitution of resources, optimal capital-labor ratio, break-even investment.

Постановка проблеми. М'ясопереробна промисловість є однією з провідних галузей харчової промисловості, від роботи якої значною мірою залежить продовольча безпека України. Економічні, техніко-технологічні та інші суспільні процеси в ній відіграють вагомий роль у забезпеченні населення якісною продукцією відповідних об'ємів. На сучасному етапі діяльність м'ясопереробних підприємств ускладнюється недостатністю якісної сировини, відсутністю збалансованої системи логістики, постійним зростанням цін на енергоресурси, посиленням конкуренції з боку імпортової продукції, відсутністю стратегічного управління, що в результаті призводить до скорочення обсягів виробництва продукції та зростання її собівартості. Розв'язання завдань підвищення ефективності м'ясопереробної промис-

ловості вимагає перш за все негайного адаптування всіх учасників продовольчого комплексу до мінливих умов ринкового середовища. Вищезазначене обумовлює потребу вивчення проблем та перспектив випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві за допомогою сучасних математико-статистичних методів аналізу, зокрема з використанням виробничих функцій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналізуючи останні публікації у сфері м'ясопереробного виробництва, треба зазначити, що більшість із них торкається проблем обліку і контролю за центрами відповідальності (В.В. Борковська [1]), удосконалення оперативного управління (Н.В. Гой [2]), формування внутрішнього економічного механізму (Л.М. Свободович [3]), реінжинірингу (Л.М. Солом-

чук [4]), формування системи управління економічною безпекою виробничо-господарської діяльності (І. Сосновська [5]) тощо. При цьому арсенал методів аналізу в цих публікаціях надто скудний: дослідники зазвичай обмежуються застосуванням простих і динамічних таблиць, графіків та діаграм. Математико-статистичні методи, за рідким винятком, майже не використовуються.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Серед математико-статистичних методів аналізу випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві відносно рідким гостем є виробничі функції (ВФ). Переважно це ВФ Кобба-Дугласа ([6]) як найбільш відома двофакторна модель залежності реалізації продукції від витрат капіталу і праці. Що стосується інших ВФ, зокрема функції з постійною еластичністю заміщення ресурсів (CES-функція – від англ. абревіатури *Constant Elasticity of Substitution*), то вона повністю випала з поля зору дослідників.

Постановка завдання. Метою дослідження є знайомство широкого загалу економістів з аналітичними можливостями ВФ Кобба-Дугласа і CES-функції, з програмним забезпеченням наближеного визначення її невідомих параметрів за допомогою нелінійних методів оцінювання. А також ілюстрація вказаних аспектів на конкретному прикладі за даними статистичної звітності підприємства м'ясопереробної промисловості України.

Виклад основних результатів. Як результативна ознака Y у вказаних ВФ використовується реалізована продукція підприємства, а факторами є виробничі фонди K (капітал), витрати робочої сили L (праця) і час t . Всі економічні змінні зазвичай представляються у вартісному вимірі за певні періоди часу t . З урахуванням так званого нейтрального науково-технічного прогресу з темпом приросту λ , який відображає вплив на Y усіх чинників, окрім K і L , ВФ Кобба-Дугласа має такий вигляд:

$$Y = Ae^{\lambda t} K^{\alpha} L^{\beta}, \quad (1)$$

де $0 < A$; $0 < \alpha, \beta < 1$; λ – невідомі параметри, що підлягають визначенню.

А CES-функція представляється так:

$$Y = Be^{\lambda t} [\delta K^{-p} + (1 - \delta)L^{-p}]^{-1/p}, \quad (2)$$

де $0 < B$; $0 < \delta < 1$; $-1 < p$ – невідомі параметри, що підлягають оцінці [7; 8].

Шляхом логарифмування лівої і правої частин (1) ВФ Кобба-Дугласа легко перетворюється на лінійну функцію з можливістю подальшого застосування регресійного аналізу за методом найменших квадратів задля розрахунку параметрів A , α , β . CES-функцію (2) привести до лінійного вигляду принципово неможливо. Саме відносна простота визначення невідомих параметрів ВФ Кобба-Дугласа є її вагомою перевагою перед іншими ВФ, зокрема перед CES-функцією.

Водночас ВФ (1) має серйозні недоліки, від яких вільна CES-функція. Вкажемо важливіші з них: уважається, що еластичність заміщення ресурсів σ , яка є мірою можливості заміни праці капіталом і навпаки, для ВФ Кобба-Дугласа завжди дорівнює одиниці. Це обмеження є дуже жорстким, часто не відповідає реальній економічній дійсності. В цьому сенсі CES-функція має явну перевагу перед функцією Кобба-Дугласа: величина σ для неї може приймати будь-які значення. Для ВФ (2) еластичність заміщення ресурсів дорівнює $\sigma = 1/(1 + p)$, хоча так само, як і для функції Кобба-Дугласа, σ є постійною величиною, що впливає з самої її назви. За умови $p \rightarrow 0$ $\sigma \rightarrow 1$ відбувається перехід від ВФ (2) до ВФ (1). Отже, можна говорити, що CES-функція узагальнює ВФ Кобба-Дугласа.

Окрім того, легко показати, що характер залежності продуктивності праці (Y/L) від фондоозброєності (K/L) в рамках цих ВФ досить різний. Для функції Кобба-Дугласа за умови $K/L \rightarrow \infty$ при будь-яких допустимих значеннях її параметрів продуктивність праці теж прагне в нескінченність. А CES-функція при довільних значеннях її параметрів і при $K/L \rightarrow \infty$ має верхню межу [9; 10]. Ясно, що з позиції адекватності моделі економічному процесу, що вивчається, ВФ (2) виглядає переважніше.

Тому в процесі моделювання випуску продукції на підприємстві за допомогою двофакторних динамічних ВФ перед дослідником завжди постають дві проблеми: 1) якій з двох ВФ – Кобба-Дугласа (1) чи CES-функції (2) – віддати перевагу (хоча їх порівняння за економіко-математичними властивостями явно на користь CES-функції); 2) як оцінити параметри ВФ (2), якщо вибрана саме CES-функція.

Перш за все розглянемо наявні підходи до об'єктивного вибору найбільш адекватної моделі з двох досліджуваних ВФ у ході економіко-математичного моделювання випуску продукції підприємства.

Слідуючи Дж. Кменті [11], Р. Вінн і К. Холден [12, с. 84–85] розділили ліву і праву частини формул (1), (2) на L , логарифмували знайдені результати і розклали один із елементів отриманої CES-функції в ряд Тейлора. Вони показали, що фактично відмінності між CES-функцією і ВФ Кобба-Дугласа зводяться лише до четвертого доданку, що стоїть в правій частині перетвореної ВФ (2):

$$\ln(Y/L) = C + D \ln L + E \ln(K/L) - M [\ln(K/L)]^2. \quad (3)$$

Тут C , D , E , M – коефіцієнти, що виражаються через параметри ВФ (1), (2). При цьому якщо $p = 0$, то $M = 0$, і ці функції повністю збігаються, тобто відбувається перехід від ВФ (2) до ВФ (1). Отже, перевірка статистичної значущості коефіцієнта M в моделі (3) за допомогою t -критерію Стьюдента може служити підґрунтям вибору конкретної форми з двох розглянутих ВФ. Проілюструємо вка-

зану процедуру за даними статистичної звітності приватного м'ясопереробного підприємства «Гармаш» за 2005–2015 рр. (табл. 1).

Таблиця 1
Вихідні дані для моделювання динаміки реалізованої продукції ПП «Гармаш»

Роки	Y, тис. грн.	K, тис. грн.	L, тис. грн.	t	K/L
2005	14 820	13 978	851	1	16,42538
2006	23 439	14 690	1 401	2	10,48537
2007	40 538	17 644,5	2 409	3	7,324408
2008	46 790	23 492,5	2 839	4	8,274921
2009	42 603	26 834	3 502	5	7,662479
2010	43 214	30 933	4 913	6	6,296153
2011	53 988	36 957	7 940	7	4,654534
2012	68 049	37 001,5	9 202	8	4,021028
2013	67 577	38 113	8 959	9	4,254158
2014	60 321	42 575	9 591	10	4,439057
2015	66 149	49 128	8 293	11	5,924032

Джерело: розроблено автором

В результаті логарифмування вихідних даних табл. 1 і побудови моделі (3) за допомогою редактора *Excel* (стандартна програма «Регресія») отримане таке значення *t*-статистики Стьюдента: -2,369; *p*-значення 0,0497. Тобто з достовірністю $(1 - p\text{-значення}) = 1 - 0,0497 = 0,9503$, або 95%, можна стверджувати, що коефіцієнт *M* моделі (3) є статистично значущим, надійним. Тому доходимо висновку, що емпіричні дані, які характеризують динаміку реалізованої продукції ПП «Гармаш», будуть точніше змодельовані на базі *CES*-функції.

Зупинимось тепер на проблемі побудови ВФ (2). На нашу думку, М. Кубініва та інші автори, використовуючи підхід Кменти як інструмент знаходження первісної оцінки параметрів *CES*-функції, розробили найбільш вдалу процедуру пошуку рішення поставленого завдання із заданою точністю на базі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вона знайшла своє втілення в програмі *MACRO6*, написаній мовою Бейсік [13, с. 137–149], яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора *Excel* [14].

За даними табл. 1 побудуємо *CES*-функцію, що моделює залежність реалізованої продукції підпри-

Таблиця 2
Результати статистичного моделювання ВФ (2) за даними табл. 1

Ітерації	6
Константа <i>B</i>	0,695057496
Науково-технічний прогрес λ	0,036406882
Еластичність заміщення ресурсів σ	1,119975315
Параметр розподілу δ	0,602481383
Стандартна похибка <i>B</i>	0,072653509
Стандартна похибка λ	0,010552778
Стандартна похибка σ	0,512748173
Стандартна похибка δ	0,089507862
Скоригований коефіцієнт детермінації <i>R2</i>	0,999661768
Сума квадратів регресійних залишків <i>RSS</i>	0,000310241
Коефіцієнт Дарбіна-Уотсона <i>DW</i>	2,279238999

Джерело: розраховано автором

Таблиця 3
Основні економіко-математичні характеристики *CES*-функції

Показник	<i>K</i>	<i>L</i>
1. Середня віддача	$\frac{Y}{K} = Be^{\lambda t} [\delta + (1-\delta) \left(\frac{L}{K}\right)^{-p}]^{-\frac{1}{p}}$	$\frac{Y}{L} = Be^{\lambda t} [\delta \left(\frac{K}{L}\right)^{-p} + (1-\delta)]^{-\frac{1}{p}}$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^{1+p}$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{1-\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^{1+p}$
3. Еластичність випуску продукції, %	$\frac{\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^p$	$\frac{1-\delta}{B^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^p$
4. Потреба в ресурсах	$K = \left[\left(\frac{Y}{Be^{\lambda t}}\right)^{-p} - (1-\delta)L^{-p} \right]^{\frac{1}{p}} \delta^{\frac{1}{p}}$	$L = \left[\left(\frac{Y}{Be^{\lambda t}}\right)^{-p} - \delta K^{-p} \right]^{\frac{1}{p}} (1-\delta)^{\frac{1}{p}}$
5. Заміщення ресурсів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L}$	
6. Гранична норма заміщення ресурсів	$h = \frac{1-\delta}{\delta} \left(\frac{K}{L}\right)^{1+p}$	
7. Еластичність заміщення ресурсів, %	$\sigma = 1/(1+p)$	

Джерело: розроблено автором на основі [6; 7]

емства від капіталу і праці з урахуванням нейтрального науково-технічного прогресу. На шостій ітерації було отримане оптимальне рішення (табл. 2).

Таким чином, шукана CES-функція в явному вигляді запишеться так:

$$Y = 0,6951e^{0,0364t} [0,6025K^{0,1071} + 0,3975L^{0,1071}]^{9,3350} \cdot 4)$$

Тут параметр моделі p знайдено за оціненим значенням еластичності заміщення ресурсів $\sigma = 1,11997$. Рівняння (4) досить точно описує динаміку реалізованої продукції на ПП «Гармаш» за 2005–2015 рр.: коефіцієнт детермінації свідчить про те, що 99,97% варіації реалізованої продукції пояснюється CES-функцією (4), а абсолютна похибка моделі складає всього 0,0003. Критерій Дарбіна-Уотсона $DW = 2,279$ вказує на високу адекватність побудованої ВФ (оптимальне значення становить 2,0). Величина темпу приросту нейтрального науково-технічного прогресу $\lambda = 0,0364$ показує, що на досліджуваному підприємстві в середньому за рік реалізація зростала на 3,64% під впливом усіх чинників, окрім зміни капіталу та праці.

У табл. 3 наводяться важливіші економіко-математичні параметри CES-функції, розрахунок яких дасть змогу отримати узагальнені характеристики виробництва на ПП «Гармаш» в середньому за період 2005–2015 рр.

В роботах [15; 16] доведено, що для ВФ (2) існує оптимальна фондоозброєність $(K/L)^*$, яка максимізує випуск реалізованої продукції:

$$(K/L)^* = \left(\frac{\delta}{1-\delta} \right)^{\frac{1}{1+p}};$$

$$Y_{\max} = Be^{2t} L(1-\delta)^{-\frac{1}{p}} [(K/L)^* + 1]^{-\frac{1}{p}}. \quad (5)$$

Легко показати, що в умовах оптимальної фондоозброєності гранична норма заміщення ресурсів CES-функції h (рядок 6 табл. 3) дорівнює одиниці, а її відхилення від 1 сигналізує про надлишковість ($h > 1$), або недостатність капіталу ($h < 1$), вкладеного у виробничі фонди.

На основі параметрів моделі (4) розрахуємо показник оптимальної фондоозброєності за першою формулою (5) для ПП «Гармаш» за 2005–2015 рр.:

$$(K/L)^* = \left(\frac{0,6025}{1-0,6025} \right)^{\frac{1}{1+0,1071}} = 1,5931.$$

Якщо звернутись до даних останнього стовпця табл. 1, то можна побачити, що фактична фондоозброєність на підприємстві суттєво перевищує оптимальну. Це означає, що виробничі фонди на ПП «Гармаш» знаходяться у надлишку. Цей висновок підтвердила і побудована ВФ Кобба-Дугласа: коефіцієнт при змінній $\ln(K)$ виявився статистично незначущим, ненадійним (критерій Стюдента дорівнює $-0,358$, p -значущість становить 0,73).

Найближче до оптимального фактичне значення фондоозброєності (4,021) спостерігалось у 2012 р., і в цьому році підприємство дійсно одержало максимальну за досліджуваний період реалізовану продукцію у 68 049 тис. грн. Розрахуємо граничну норму заміщення ресурсів h на підприємстві у 2012 р.:

$$h = \frac{1-\delta}{\delta} \left(\frac{K}{L} \right)^{1+p} = \left(\frac{1-0,6025}{0,6025} \right) \times 4,021^{1+0,1071} = 3,079 > 1.$$

Величина $h = 3,079 > 1$ підтверджує висновок про надлишковість капіталу, вкладеного у виробничі фонди на ПП «Гармаш». Тому виникає питання про те, яку виручку від реалізації ПП «Гармаш» отримало б у 2012 р. при оптимальній фондоозброєності 1,5931? Щоб відповісти на нього, скористаємось другою формулою (5):

$$Y_{\max} = 0,6951 \times 2,718282^{0,0364 \times 8} 9202(1-0,6025)^{9,335} [1,5931 + 1]^{9,335} + 70446,33 \text{ тис. грн.}$$

Отже, резерв росту реалізованої продукції за рахунок оптимізації фондоозброєності (продажу частини невикористаних виробничих фондів і вкладання коштів у робочу силу) складає на підприємстві $70\,446 - 68\,049 = 2\,397$ тис. грн.

Певний науковий і практичний інтерес представляє застосування побудованої ВФ Кобба-Дугласа [6] і CES-функції [17–19] в умовах інвестування деякого додаткового капіталу $C_1 = K_1 + L_1$ у виробництво. Відомо, що при лінійній однорідності CES-функції спостерігається нульовий ефект від розширення масштабів виробництва, тобто воно буде беззбитковим при будь-якій величині авансованого капіталу C_1 . Однак беззбитковість у цьому випадку забезпечується лише у певний період часу, що визначається за такою нерівністю:

$$t \geq (\lambda p)^{-1} \{ \ln[\delta N^{-p} + (1-\delta)M^{-p}] - p \ln B \}, \quad (6)$$

де

$$N = \frac{\delta^\sigma}{\delta^\sigma + (1-\delta)^\sigma}; \quad M = \frac{(1-\delta)^\sigma}{\delta^\sigma + (1-\delta)^\sigma}.$$

Розрахуємо величини N , M , а за нерівністю (6) визначимо час, коли інвестиція у виробництво м'ясної продукції на ПП «Гармаш» стане прибутковою:

$$N = \frac{0,6025^{1,11997}}{0,6025^{1,11997} + (1-0,6025)^{1,11997}} = 0,6144;$$

$$M = \frac{(1-0,6025)^{1,11997}}{0,6025^{1,11997} + (1-0,6025)^{1,11997}} = 0,3856.$$

З урахуванням знайдених N і M розрахуємо праву частину вираження (6):

$$\{ \ln(0,60248 \times 0,614366^{0,10712} + 0,397519 \times 0,385634^{0,10712}) + 0,1071 \times \ln(0,695057) \} / (-0,0364 \times 0,10712) = 28,38 \text{ (років)}.$$

Таким чином, $t \geq 28$ років, тобто інвестувати у виробництво не має ніякого економічного сенсу, оскільки воно є збитковим. Так, у 2014 р. фінансовий збиток від операційної діяльності ПП «Гармаш» склав 1 722 тис. грн., а чистий збиток –

2 337 тис. грн., у 2015 р. указані показники дорівнювали 2 052 і 2 165 тис. грн. відповідно.

Висновки. CES-функція за рядом важливих економіко-математичних властивостей переважає ВФ Кобба-Дугласа, однак її використання в практиці економічного аналізу і прогнозування випуску продукції на підприємстві часто стримується відсутністю належного програмного забезпечення. Перевірка статистичної значущості коефіцієнта M в моделі (3) за допомогою t -критерію Стьюдента може служити надійним підґрунтям об'єктивного вибору конкретної форми з двох розглянутих ВФ.

Розрахунок невідомих параметрів CES-функції доречно вести на базі ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за мето-

дом Марквардта. Вказана процедура знайшла своє втілення в програмі MACRO6, написаній мовою Бейсік, яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора *Excel*.

Побудована CES-функція дає досліднику можливість проаналізувати широке коло економіко-математичних характеристик виробничого процесу на підприємстві, що вивчається. Зокрема, вона дає змогу визначити оптимальну фондоозброєність, порівняти її з фактичною і розрахувати резерв росту реалізованої продукції у разі надлишковості останньої. Окрім того, отримана модель може служити дієвим інструментом оцінки беззбитковості інвестиційних проєктів у виробництво.

Список літератури:

1. Борковська В.В. Облік і контроль за центрами відповідальності м'ясопереробного підприємства / В.В. Борковська // Інноваційна економіка : науково-виробничий журнал. – 2015. – № 59. – С. 283–288.
2. Гой Н.В. Удосконалення оперативного управління у м'ясопереробних підприємствах : дис. ... докт. екон. наук : спец. 08.00.04 «Економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності)» / Н.В. Гой. – Івано-Франківськ, 2015. – 251 с.
3. Своробович Л.М. Особливості діяльності підприємств м'ясопереробної галузі як об'єкта формування внутрішнього економічного механізму / Л.М. Своробович // Вісник соціально-економічних досліджень. – 2014. – № 54. – С. 150–157.
4. Соломчук Л.М. Реінжиніринг як метод підвищення ефективності діяльності м'ясопереробних підприємств / Л.М. Соломчук // Ефективна економіка. – 2014. – № 12. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.economy.nauka.com.ua/?op=1&z=3855>.
5. Сосновська І. Формування системи управління економічною безпекою виробничо-господарської діяльності м'ясопереробних підприємств / І. Сосновська // Socio-Economic Problems and the State [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://elartu.tntu.edu.ua/bitstream/123456789/6296/2/15simdmp.pdf>.
6. Янковий В.О. Модель беззбитковості інвестування в м'ясопереробну промисловість / В.О. Янковий // Економіка харчової промисловості. – 2010. – № 4 (8). – С. 16–21.
7. Казакова М.В. Анализ свойств производственных функций, используемых при декомпозиции экономического роста / М.В. Казакова [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <ftp://ftp.repec.org/opt/ReDIF/RePEc/rnp/wpaper/31.pdf>.
8. Янковий В.О. Виробнича функція з постійною еластичністю заміщення ресурсів / В.О. Янковий // Вісник соціально-економічних досліджень. – 2015. – № 58. – С. 228–234.
9. Определение производственной функции и её свойства. Маргинальные продукты [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://oiek.onu.edu.ua/uploads/courses/mathconomics.pdf>.
10. Подладчиков В.Н. Микроэкономика. Производственные функции / В.Н. Подладчиков [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://i.kpi.ua/podladchikov/-menu=micro-firm-2-.htm>.
11. Kementa J. On Estimation of the CES Production Function / J. Kementa // International Economic Review. – 1967. – Vol. 8. – P. 180–189.
12. Винн Р. Введение в прикладной эконометрический анализ / Р. Винн, К. Холден ; пер. с англ. С.А. Николаенко. – М. : Финансы и статистика, 1981. – 294 с.
13. Математическая экономика на персональном компьютере / [М. Кубинива, М. Табата, С. Табата, Ю. Хасэбэ] ; под ред. М. Кубинива ; пер. с япон. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 304 с.
14. Янковой В.А. Выбор математической формы функции при моделировании зависимости выпуска продукции от производственных факторов / В.А. Янковой, А.Ю. Вакула // Науковий вісник Одеського національного економічного університету. Науки: економіка, політологія, історія. – 2016. – № 3 (235). – С. 184–198.
15. Янковий В.О. Оптимізація фондоозброєності на підприємствах харчової промисловості на основі виробничих функцій / В.О. Янковий, Н.В. Мельник // Економіка харчової промисловості. – 2016. – Т. 8. – Вип. 2. – С. 34–39 (0,41, особисто 0,30 д.а.).
16. Янковой В.А. Математический анализ неоклассических производственных функций / В.А. Янковой // Економіка: реалії часу : науковий журнал. – 2016. – № 2(24). – С. 78–83. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://economics.oru.ua/files/archive/2016/No2/78.pdf>.
17. Янковой В.А. Анализ хозяйственной деятельности предприятий пищевой промышленности на базе CES-функции / В.А. Янковой // Соціо-еколого-економічний розвиток агропродовольчої сфери України в сучасних умовах: проблеми та шляхи їх розв'язання : [монографія] / за ред. А.І. Павлова. – О. : Астропринт, 2015. – С. 167–180.
18. Янковий В.О. Економіко-математичне дослідження фондоозброєності в виробничих функціях як інструмент максимізації випуску продукції / В.О. Янковий // Науково-методичні аспекти обліково-аналітичної системи підприємства : [монографія] / за заг. ред. В.В. Немченко. – О. : Фенікс, 2016. – С. 162–175.
19. Янковий В.О. Економічні аспекти математичного аналізу виробничої функції Кобба-Дугласа і CES-функції / В.О. Янковий // Торгівля, комерція, підприємництво. – 2016. – № 19. – С. 156–161.